



Жалпы білім беретін пәндер бойынша 9-11 (12) сынып оқушыларына
арналған Республикалық олимпиаданың аудандық кезеңі

Районный этап Республиканской олимпиады для учащихся 9-11 (12)
классов по общеобразовательным предметам

Қатысушылардың жұмыстарын шифрлауға арналған титул парағы
Титульный лист для шифрования работ участников

Шифр: _____

(бақылаушы толтырады)
(заполняет наблюдатель)

Пән (предмет): Математика

Облыс/қала (область/город): Қарағанды

Аудан (район): Қарағанды, Қазыбекбітский

Тегі (Фамилия): Төгінов

Аты (Имя): Александр

Мектеп (Школа): СМШ "Дарын"

Сынып (Класс): 9

Оқыту тілі (Язык обучения): Русский

Задача №1.

1) $a, b \geq 0$ $a+b=1$ Док-ам: $\frac{a^2+b^2}{2} \leq a^3+b^3$

2) $a^3+b^3 - \frac{a^2+b^2}{2} \geq 0 \Rightarrow a^3 - \frac{a^2}{2} + b^3 - \frac{b^2}{2} - (a - \frac{1}{2}) - (b - \frac{1}{2})$

3) $a \neq \frac{1}{2}, b \neq \frac{1}{2}$ или $a \leq \frac{1}{2}, b \geq \frac{1}{2}$

4) Мозум меншери ке превосхорди мозум болышы $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ их чышы $\geq 0 \Rightarrow \frac{a^2+b^2}{2} \leq a^3+b^3$.
Доказано.

Задача №2.

7 мальчиков (М) 2 девочки (Д) Группы (или по 2 М.)
Единственный способ разделения - $(2М+1Д) + (2М+1Д) + 3М = 8$.

1) $C_7^3 = 35$ - распределение мальчиков трех М.

2) $\frac{C_4^2}{2} = \frac{6}{2} = 3$ - количество способов разделения 4 мальчиков на 2 оср. парн.

3) $2! = 2$ - количество способов разделения девочек на 2 парн.

4) общая сумма способов - $35 + 3 \times 2 = 40$ способов

Ответ: 40 способов

Задача №3.

1) $S(n^2) + 2S(n+2) = 2025$ 2) $S(x) \leq 8$ - количество возможных цифр

3) Пусть y число n -к цифр, тогда y не более 2к цифр.

4) $S(n)^2 \leq 18k$ $S(n+2) \leq 8k \Rightarrow 2S(n+1) \leq 36k$.

5) $36k \geq 2025 \Rightarrow k \geq 56$, но тогда n^2 - максимум 12 цифр
 $\Rightarrow 8 \times 112 = 1008 < 2025 \Rightarrow$ правильный ответ.

Задача №4.

3) центр $C(2;2), R=2$ $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$

1) $ABCD$, AB - 2 хорды AE 4) $D-AB$, центр $(1;0)$ $R=1$ $(x-1)^2 + y^2 = 1$

2) $A(0;0), B(2;0), C(2;2)$

5) $\Rightarrow x=1, y=1$ $E(1;1)$

6) $AE = \sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}$ Ответ: $AE = \sqrt{2}$