



Жалпы білім беретін пәндер бойынша 9-11 (12) сынып оқушыларына
арналған Республикалық олимпиаданың аудандық кезеңі

Районный этап Республиканской олимпиады для учащихся 9-11 (12)
классов по общеобразовательным предметам

Қатысушылардың жұмыстарын шифрлауға арналған титул парағы
Титульный лист для шифрования работ участников

Шифр: _____
(бақылаушы толтырады)
(заполняет наблюдатель)

Пән (предмет): Математика.

Облыс/қала (область/город): Қарағандық

Аудан (район): Қазыбек Бийский

Тегі (Фамилия): Бекенова

Аты (Имя): Айару

Мектеп (Школа): СШМ "Дарын"

Сынып (Класс): 10 "Б"

Оқыту тілі (Язык обучения): русский.

Задача 1.

Дано: a, b - нестр. действительные числа, $a + b = 1$ Доказать: $\frac{a^2 + b^2}{2} \leq a^3 + b^3 \leq a^2 + b^2$

1) $a + b = 1 \Rightarrow a = 1 - b, b = 1 - a \Rightarrow 0 < a < 1, 0 < b < 1$

2) $\frac{a^2 + b^2}{2} \leq a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^2 - ab + b^2$

3) $\frac{a^2 + b^2}{2} \leq a^3 + b^3 - ab \leq a^2 + b^2$

$a + b = 1 \Rightarrow a^2 + b^2 \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2}(a^2 + b^2) \leq \frac{1}{2}$

4) $ab_{\max} = 0,25 (a = 0,5 = b) \Rightarrow a^2 + b^2 - ab \leq 1 - 0,25 \Rightarrow$
 $\Rightarrow a^2 + b^2 - ab \leq 0,75$

5) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2) \leq 0,5$

$a^2 + b^2 - ab \leq 0,75$

$a^2 + b^2 \leq 1$

$$\left. \begin{array}{l} 0,5 \leq 0,75 \leq 1 \\ a^2 + b^2 \leq 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a^2 + b^2}{2} \leq a^3 + b^3 \leq a^2 + b^2$$

ч.т.д.

Задача 2.

Дано: $a^2 = b(b+5) - 2$ Найти: все пары (a, b)

$b = 1, 1 \cdot 6 - 2 = 4 = 2^2 \Rightarrow a = 2 (2, 1)$

$b = 6, 6 \cdot 11 - 2 = 64 = 8^2 \Rightarrow a = 8 (8, 6)$

Ответ: $(2, 1), (8, 6)$

Задача 3.

Дано: а) $\text{НОК}[m, n] = 15$, б) $\text{НОК}[m, n] = 2025$.Найти: (m, n)

а) $\frac{15}{m}, \frac{15}{n}, (15, 5), (15, 3), (15, 1), (5, 15), (3, 15), (1, 15) - 6 \text{ пар.}$

б) $\frac{2025}{m}, \frac{2025}{n}, (2025, 1), (2025, 5), (2025, 25), (1, 2025), (2025, 3),$

$(2025, 15), (25, 2025), (5, 2025) - 6 \text{ пар.}$

Ответ: а) 6 пар, б) 6 пар.

Задача 4.

Дано: $\triangle ABC, D \in BC, E \in AC, F \in AB$

$BD:DC = CE:EA = AF:FB = 3:2$

$S_{MNC} = 100$

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

Найти: S_{ABC} .

$$1) \frac{BD}{DC} = \frac{CE}{EA} = \frac{AF}{FB} = \frac{3}{2} \text{ (given)}$$

$$\text{AFB} \quad \text{AF} = \frac{FB \cdot 3}{2}, \quad CE = \frac{EA \cdot 3}{2}, \quad BD = \frac{DC \cdot 3}{2}$$

$$AB = FB + 1,5 FB = 2,5 FB$$

$$BC = DC + 1,5 DC = 2,5 DC$$

$$CA = EA + 1,5 EA = 2,5 EA$$

$$2) (\triangle ABC \sim \triangle MNK, \triangle ABC \sim \triangle MNK, \triangle ABC \sim \triangle MNK)$$

$$\frac{CK}{KE} = \frac{AN}{ND} = \frac{BM}{ME}$$

$$S_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{1}{2} ah_{\Delta} = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$